

GOTTLOB FREGE

Aritmetiğin Temelleri

27 sayfalık görselleştirilmiş geniş özet



16 özgün bölüm gravürü · Gündelik örnekler

Ana fikirler · Eleştiriler · Akılda kalan sahneler

Özgün eserin yerini tutmayan açıklamalı okuma rehberi

OKUMAYA BAŞLAMADAN ÖNCE

Bu rehberin pusulası

Masada üç elma gördüğümüzde 'üç' nerede durur? Elmaların renginde değildir, her bir elmanın içinde de üçlük yoktur. Üç sayısı yalnız zihnimizde özel bir duyguysa başka insanların aynı hesabı nasıl doğru bulduğunu açıklamak zorlaşır. Frege en sıradan saymanın gerisindeki bu derin soruyu adım adım açar.



Bu kitap nasıl okunmalı?

Bir, iki ve üç gibi çok tanıdık sayıların gözle görülen eşya, zihinsel resim veya yalnız yazı işareti olmadığını; nesnel mantıksal ilişkiler içinde nasıl anlaşılabilirliğini araştıran berrak bir sayı felsefesi.

Bu rehber 1884 kitabının tartışma sırasını izler: aritmetiğin deneyden ya da psikolojiden çıkarılamaması, sayı yüklemelerinin kavramlara uygulanması, bağlam ilkesi, eşit sayılilik, sayıların nesne oluşu ve doğal sayıların mantıksal kurulması. Frege'nin daha sonraki sistemindeki Russell paradoksu ayrıca sınır olarak açıklanır.

Bir odada dört sandalye, dört kişi ve dört fincan vardır. Sandalyelerin maddesi, insanların yaşı ve fincanların rengi farklıdır; yine de üç grupta aynı sayıyı buluruz. Ortak olan görüntü değil, her öğenin öteki grupta tam bir eşle buluşabilmesidir. Frege sayıya bu ilişki kapısından yaklaşır.

KULLANIM ÖNERİSİ

Bir oturuşta bitirmek zorunda değilsiniz; her gravür bir sonraki durak için hafıza kancasıdır.

YOL HARİTASI

21 durakta kitabın bütünü

- | | | | |
|----|---------------------------------|----|---------------------------------------|
| 01 | Bu kitap nasıl okunmalı? | 12 | Julius Caesar sorunu |
| 02 | Sayı neden felsefi bir sorudur? | 13 | Sayıyı bir uzantı olarak tanımlamak |
| 03 | Aritmetik deneyden çıkmaz | 14 | Sıfırı mantıksal kurmak |
| 04 | Sayı zihinsel resim değildir | 15 | Ardıl ve sayı dizisi |
| 05 | Sayı nesnelerin özelliği mi? | 16 | Sonsuz doğal sayılar |
| 06 | Bağlam ilkesi | 17 | Lojizmin başarısı ve kırığı |
| 07 | Kavram ile nesne ayrımı | 18 | Kitabın kolay yanlış anlaşılacağı yer |
| 08 | Sıfır hangi kavrama aittir? | 19 | Kitap hakkında süren tartışma |
| 09 | Bir sayısı ve birim sorunu | 20 | Bugüne taşınan üç soru |
| 10 | Eşit sayıllık: bire bir eşleme | 21 | Bir cümlede kitabın özü |
| 11 | Sayıların özdeşliği | | |

Sayı neden felsefi bir sorudur?



Aritmetik günlük hayatın en kesin bilgisi gibi görünür, fakat sayıların ne olduğu sorulduğunda eşya, düşünce ve işaret cevaplarının her biri eksik kalır. Burada tanımdan çok, tanımın görmemizi sağladığı ilişki önemlidir.

İki koyun gider ama iki sayısı gitmez; iki rakamını sileriz ama iki çift ayakkabının eşleşmesi değişmez. Bu olayın tersini düşünmek zorunlu olanla değişebilir olanı ayırmayı kolaylaştırır.

Frege hesabın kesinliğini taşıyacak nesnel anlamı arar ve sayı sözlerinin cümlede nasıl çalıştığına yönelir. Süreç, büyük değişimin gündelik tekrarlarla nasıl kurulduğunu gösterir.

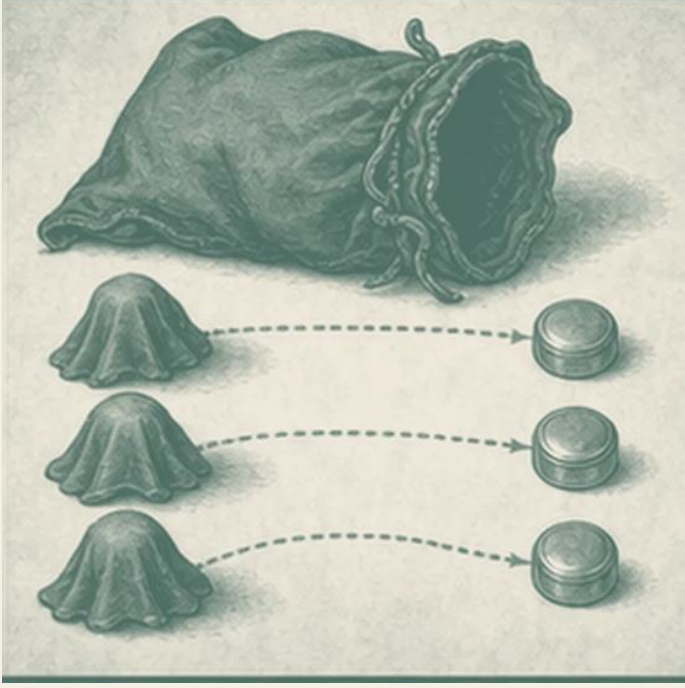
Sayı ontolojisi günlük toplama yapabilmek için zorunlu olmayabilir; soru uygulamanın temelini açıklamakla ilgilidir. Bu uyarı kavramı reddetmez; doğru ölçüde kullanmayı sağlar.

Çok iyi kullandığınız bir kavramı tanımlamakta neden zorlandığınızı fark edip kullanım örneklerini inceleyin. Şaşkınlık, bildiğimiz işlemi bırakmak değil onun anlamını açık hale getirmek için başlangıçtır. Kısa vadeli kazanç ile uzun vadeli maliyeti ayırmak bu merceği hayata geçirir.

ELEŞTİRİ · DENEY

03. DURAK

Aritmetik deneyden çıkmaz



Frege sayıları fiziksel nesnelerden veya duyusal izlenimlerden türetmeye karşı çıkar; gözlem bize kesin ve sınırsız aritmetik genelliği tek başına vermez. Bu başlangıç bir hüküm değil, sonraki örnekleri sınavacak mercektir.

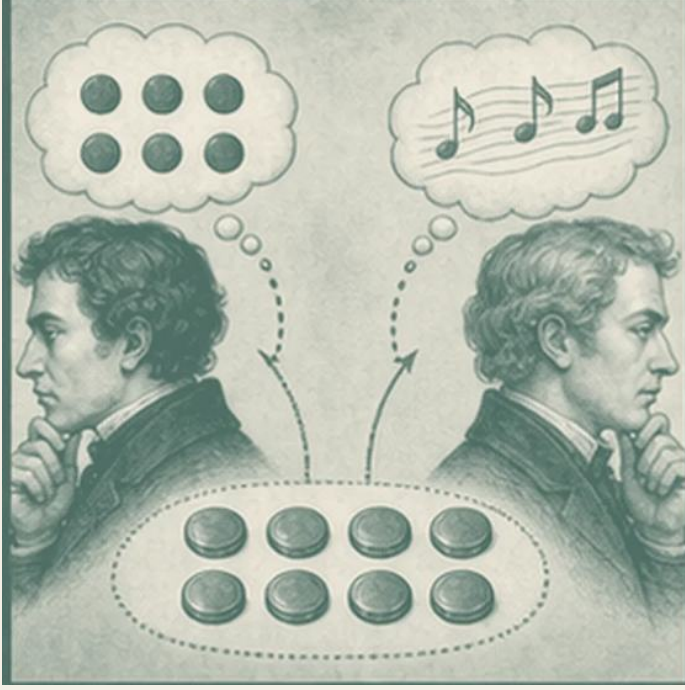
Bin fasulyeyi görmeden iki torbanın toplamını hesaplayabilir, hiç karşılaşmadığımız büyüklükler hakkında da doğru işlem yapabiliriz. İnsan yüzü eklendiğinde tartışmanın kimin hayatına dokunduğu anlaşılır.

Deney saymayı öğretir ve uygulama sağlar, fakat bir artı birin zorunlu olarak iki oluşu belirli fasulyelerin davranışına bağlı değildir. Bir halkanın maliyeti başka bir gruba aktarılıyorsa açıklama ona da bakmalıdır.

Matematik öğreniminde parmak ve nesne kullanılması aritmetiğin mantıksal temelini fiziksel olduğu anlamına gelmez. Bu sınır fikri zayıflatmaz; onu her kapıyı açtığı sanılan sahte anahtardan korur.

Bir kuralın örneklerle öğrenilmesiyle doğruluğunun yalnız örneklerden gelmesini birbirine karıştırmayın. Frege'nin anti-empirizmi uygulamadaki sayımı değil aritmetik doğruluğun kaynağını hedefler. Kişiyi suçlamadan önce davranışı üreten koşulu değiştirmek daha öğretici olabilir.

Sayı zihinsel resim değildir



Sayı kişiden kişiye değişen bir tasarım olsaydı ortak doğruluk ve yanlışlık ölçüsü kaybolurdu. İlk bakışta küçük görünen ayırım, sorumluluğun yerini değiştirir.

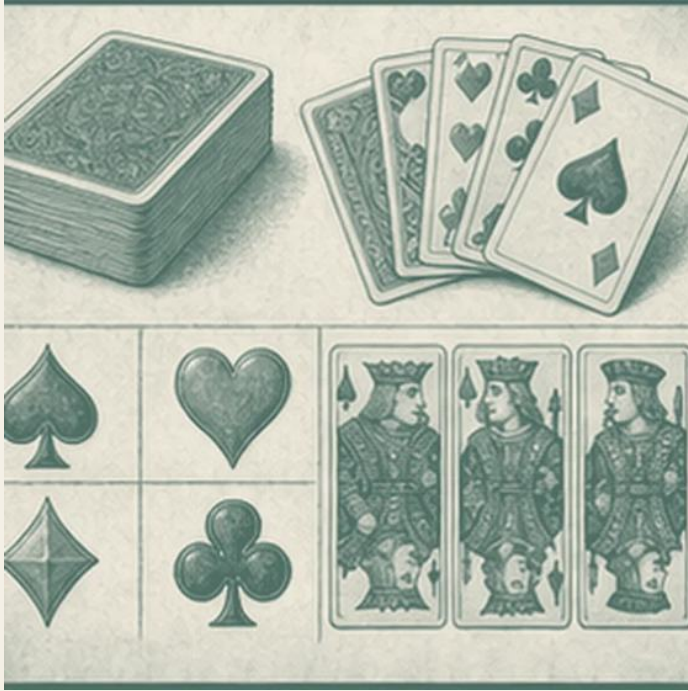
Biri üç deyince üç nokta, diğeri üç ses hayal eder; farklı görüntülere rağmen ikisi de üç artı iki sonucunda anlaşabilir. Sahnedeki sonuç tek niyetten değil, küçük koşulların birleşmesinden doğar.

Öznel çağrışım sayıyı düşünmemize eşlik eder, fakat aritmetik önermenin nesnel içeriğini oluşturmaz. Bu bağlantı geçmişteki örneği bugüne birebir kopyalamadan karşılaştırma imkânı verir.

Nesnellik sayının insan dilinden ve etkinliğinden tamamen bağımsız gizemli yerde durduğu sonucunu otomatik vermez. Bir düzeni tarif etmek onu ahlaken onaylamak anlamına gelmez.

Bir kavramı anlamakla zihinde belirli görüntü canlanmasını aynı başarı ölçüsü saymayın. Psikolojik süreçler nasıl düşündüğümüzü, mantık ise düşüncenin ne zaman doğru olduğunu araştırır. Hazır reçete yerine kararın gizli varsayımını açığa çıkarmak gerekir.

Sayı nesnelerin özelliği mi?



Sayı tek tek fiziksel nesnelerin renk ve ağırlık gibi doğrudan özelliği değildir; aynı nesne farklı kavramlar altında farklı sayılabilir. Bölüm böylece kişiyi suçlamadan önce koşulları incelemeyi önerir.

Masada bir deste, elli iki kart, dört takım ve on üç değer vardır; nesne grubu değişmeden sayı cevabı değişir. Büyük kelimelerin gerisindeki basit hareket burada açıkça görülür.

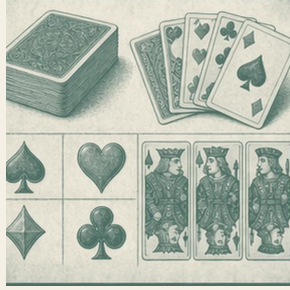
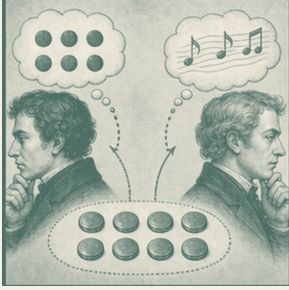
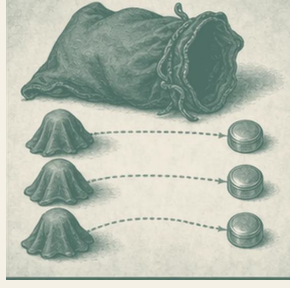
Sayma sorusu önce hangi kavramın örneklerini saydığımızı belirler; sayı kavramının kapsamına yüklenir. Mekanizmayı tersine çevirmek, fikrin karşı örnek karşısındaki dayanıklılığını gösterir.

Bu yaklaşım gerçek nesneleri önemsiz yapmaz; sayılacak örneklerin hangi kavrama girdiği yine dünyaya bağlıdır. Karşı örnek iddiayı yok etmekten çok hangi koşulda geçerli olduğunu gösterir.

Bir istatistikte sayıdan önce birim ve sınıflamanın nasıl tanımlandığını mutlaka sorun. Kart örneği sayı yargısının nesne grubundan çok onu kavrayan soruya bağlandığını gösterir. Geçmişteki sonucu değil, o sonucu doğuran soruyu bugünün araçları içinde sınamak gerekir.

OKUMA EŞİĞİ 1 / 3

İlk bağlantılar artık görünür



GERİDE KALAN DÖRT DURAK

- Sayı neden felsefi bir sorudur?
- Aritmetik deneyden çıkmaz
- Sayı zihinsel resim değildir
- Sayı nesnelerin özelliği mi?

SIRADAKİ DÖRT DURAK

- Bağlam ilkesi
- Kavram ile nesne ayrımı
- Sıfır hangi kavrama aittir?
- Bir sayısı ve birim sorunu

Bağlantı sorusu: “Sayı neden felsefi bir sorudur?” ile “Sayı nesnelerin özelliği mi?” arasında hangi düşünce yolu kuruluyor? Bir sonraki durak olan “Bağlam ilkesi” bu yolu nasıl değiştirebilir?

Bağlam ilkesi



Frege bir sözcüğün anlamını tek başına zihinsel nesne arayarak değil, anlamlı bir cümlede üstlendiği görev içinde araştırmayı önerir. İddia her şeyi açıklamaz; fakat doğru soruyu kurmak için sağlam bir başlangıç verir.

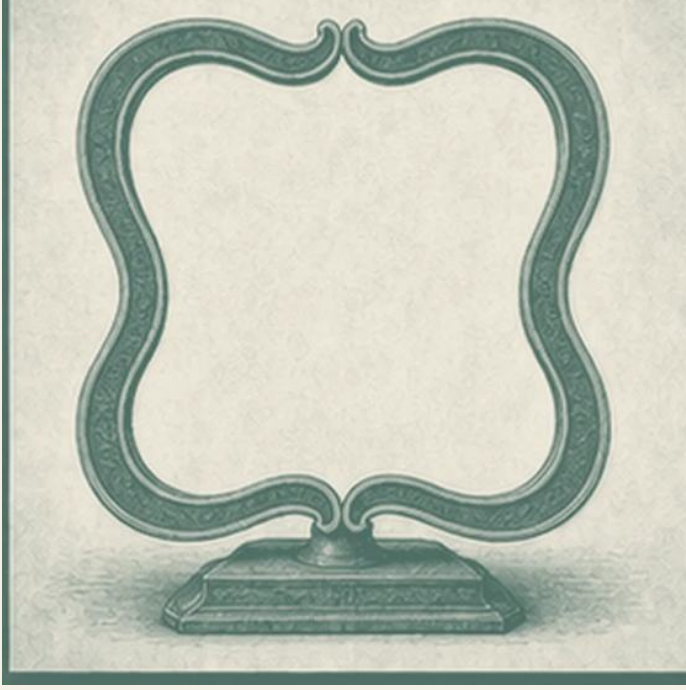
'Kök' sözcüğü bahçede, matematikte ve dilbilgisinde farklı cümle ilişkileri sayesinde anlaşılır. Bu an, kitabın genel savını tek bir hayatın ölçeğinde sınamamıza izin verir.

Sayı sözü 'masada kaç fincan var' gibi yargıda kavramla bağ kurar; cümlelerin doğruluk koşulu anlamı aydınlatır. Bu zincirde hangi halka koparsa sonucun değişeceği ayrıca sorulmalıdır.

Bağlam ilkesi kelimelerin bağımsız hiçbir anlamı olmadığı biçiminde aşırı yorumlanmamalıdır. Benzetme akılda kalıcıdır ama dünyanın tamamı değildir.

Belirsiz bir kelime üzerinde kavga etmek yerine iki tarafın onu hangi tam cümlede kullandığını yazın. Bağlam ilkesi daha sonra analitik felsefenin dil üzerinden sorun çözme yöntemlerini derinden etkiler. Kesin hüküm karşısında eksik kanıtı sormak acele genellemeyi durdurabilir.

Kavram ile nesne ayrımı



Frege kavramı nesnelerin altına düştüğü tamamlanmamış bir işlev, nesneyi ise özel adla gösterilebilen tamamlanmış öge olarak ayırır. Bu çerçeve kurulduğunda kitabın zor görünen sorusu gündelik hayata yaklaşır.

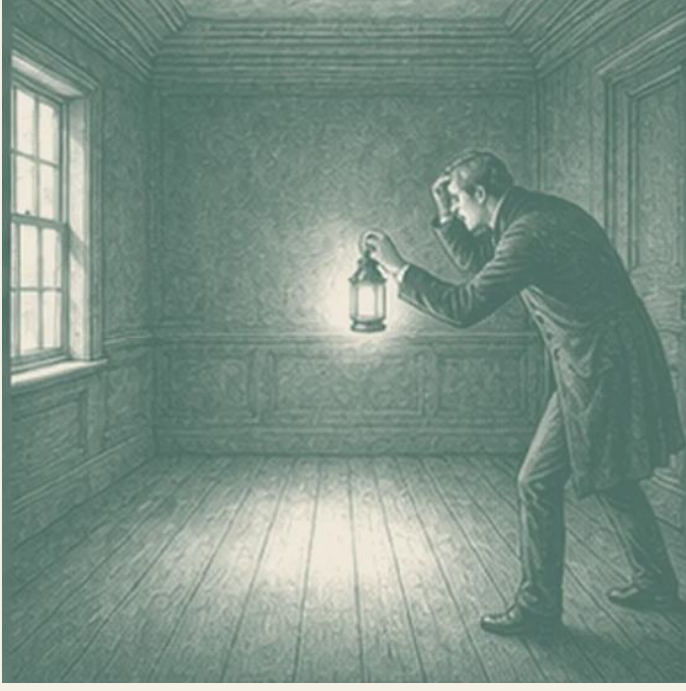
'... bir kedidir' boşluk isteyen kavramdır; Tekir bu boşluğu dolduran nesnedir ve cümle doğru ya da yanlış olur. Olayı yaşayan kişi tüm yapıyı görmese de yapı onun seçeneklerini etkiler.

Sayı ifadesi bir kavram hakkında söylenir ama Frege sonunda sayıların kendisini de nesne olarak ele almak ister. Mekanizma görüldüğünde benzer görünen iki olayın neden farklı sonuç verdiği anlaşılır.

Kavram-nesne ayrımı doğal dilde tuhaf sonuçlar yaratır; 'at kavramı bir kavram değildir' sorunu ünlüdür. Tek etkileyici olayın bütün toplumlar adına konuşmasına izin verilmemelidir.

Bir özelliği taşıyan kişiyle özelliğin kendisini aynı dil düzeyine koyup koymadığınızı kontrol edin. Tamamlanmamış kavram sözü eksiklik değil, bir argüman yeri taşıyan mantıksal işlev demektir. Kavramı önce kendi davranışımızda aramak onu kolay suçlama aracından kurtarır.

Sıfır hangi kavrama aittir?



Bir kavramın altına hiçbir nesne düşmüyorsa o kavrama sıfır sayısı yüklenir. Yazar tekil olayı daha geniş bir yapının belirtisi olarak okumamızı ister.

'Bu odadaki tekboynuzlar' kavramı anlamlıdır ama odada ona uyan hiçbir şey olmadığı için sayısı sıfırdır. Örneği hatırlamak, kuru kavramı ezberlemekten daha kalıcı bir yol sunar.

Sıfır yokluk diye ele alınan fiziksel bir şey değil, belirli kavramın örnek içermemesi hakkında nesnel bir yargıdır. Neden ile sonuç arasındaki ara adımlar kitabın asıl açıklama gücünü taşır.

Kavram mantıksal olarak tutarsızsa örneksizlik farklı bir sebepten doğabilir; her boş sınıf aynı hikâyeyi taşımaz. İnsan niyeti ile kurumsal sonuç her zaman aynı yönde ilerlemez.

'Yok' dediğinizde dünyada hiçbir şey mi yok, yoksa seçtiğiniz ölçüte uyan örnek mi yok diye ayırın. Sıfır böylece hayali hiçliğe değil, doğrulanabilir bir örneksizlik koşuluna bağlanır. Ortalama sonuç kadar bedeli kimin ödediğini de görmek gerekir.

Bir sayısı ve birim sorunu



Bir kavramın altına tam bir nesne düştüğünde sayı birdir; birim nesneyi parçalardan keyfî biçimde ayırma kararı değil, kavramın tanıdığı örnektir. Bu cümle sonuçtan önce hangi şartların oluştuğunu araştırmaya çağırır.

Bir orman, binlerce ağaç ve milyonlarca yaprak aynı alanda birlikte sayılabilir; 'bir' cevabı sorulan kavrama bağlıdır. Sahne, kavramı tanımdan çıkarıp insan yüzü ve gerçek bedelle buluşturur.

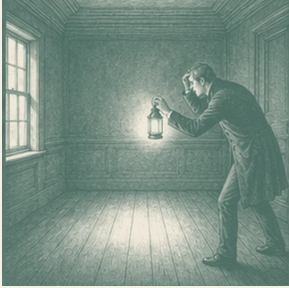
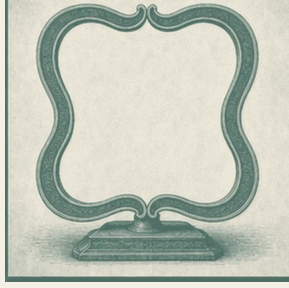
Kavram sayılabilir öğelerin eşitlik ölçütünü verir ve aynı şeyi iki kez saymayı önler. Bu bağlantı niyet ile sonuç arasındaki mesafeyi görünür tutar.

Kavramı istediğimiz gibi değiştirerek her cevabı üretebilmek istatistiğin nesnel olduğu anlamına gelmez; sınıflama gerekçelendirilmelidir. Açıklama olasılık gösterir; değişmez kader ilan etmez.

Bir raporda 'bir vaka' denirken vakanın nerede başlayıp bittiğini açıkça yazın. Sayma ancak neyin aynı birim sayılacağı açık olduğunda mekanik toplamadan bilgiye dönüşür. Görev tek doğruyu ezberlemek değil, yanlış kurulmuş soruyu fark etmektir.

OKUMA EŞİĞİ 2 / 3

Ayrıntılardan büyük resme



GERİDE KALAN DÖRT DURAK

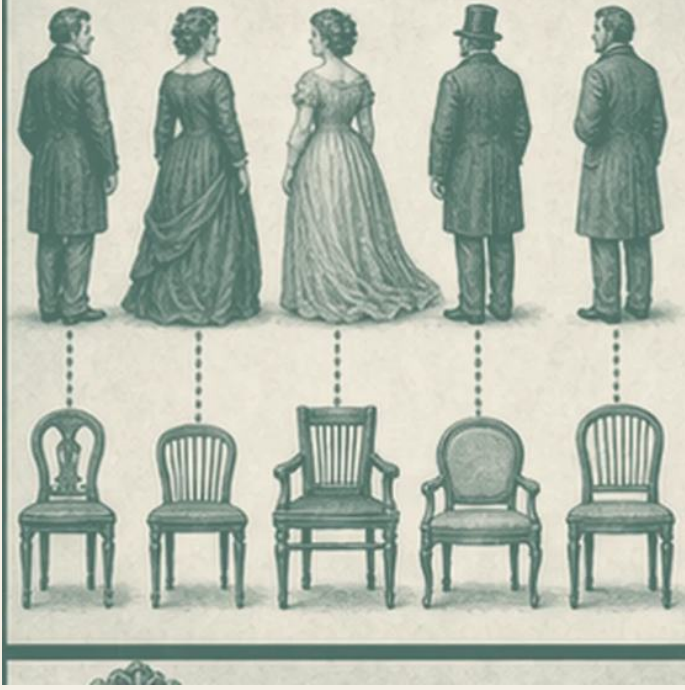
- Bağlam ilkesi
- Kavram ile nesne ayrımı
- Sıfır hangi kavrama aittir?
- Bir sayısı ve birim sorunu

SIRADAKİ DÖRT DURAK

- Eşit sayıllılık: bire bir eşleme
- Sayıların özdeşliği
- Julius Caesar sorunu
- Sayıyı bir uzantı olarak tanımlamak

Bağlantı sorusu: “Bağlam ilkesi” ile “Bir sayısı ve birim sorunu” arasında hangi düşünce yolu kuruluyor? Bir sonraki durak olan “Eşit sayıllılık: bire bir eşleme” bu yolu nasıl değiştirebilir?

Eşit sayıllık: bire bir eşleme



İki kavramın örnekleri aralarında bire bir eşleme kurulabiliyorsa aynı sayıya sahiptir. Kavram, hazır cevap vermekten çok dikkatin yönünü değiştirir.

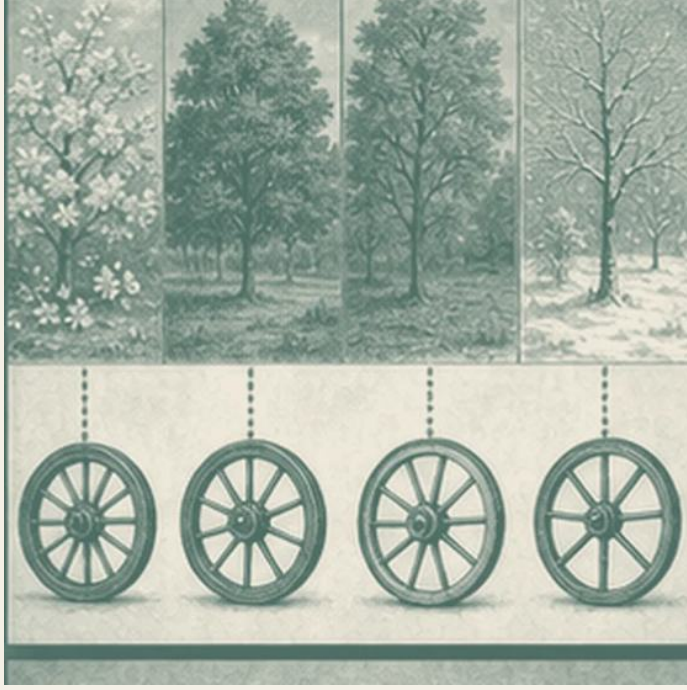
Her misafire bir sandalye düşüyor ve sandalye artmıyorsa insanları tek tek saymadan iki grubun eşit olduğunu biliriz. Bir ayrıntı değiştiğinde sonucun da değişmesi, kaderden değil ilişkiden söz edildiğini gösterir.

Eşleme nesnelerin türünü ve görünüşünü önemsemeksizin çokluğu nesnel ilişkiyle karşılaştırır. Burada önemli olan adımları sırayla izlemek ve hiçbirini doğal kabul etmemektir.

Sonlu gündelik gruplarda kolay olan eşleme, sonsuz kümelerde sezgiye aykırı fakat güçlü sonuçlar üretir. Kitabın dönemi ve seçtiği örnekler hesaba katılmadan kavram kolayca dogmaya dönüşür.

İki iş yükünü yalnız toplam sayıyla değil her görevin karşılığını ve dışarıda kalan öğeyi eşleyerek kontrol edin. Eşleme çocukların saymadan önce bile 'herkese bir tane' kuralıyla kullandığı güçlü sezgidir. Dijital araç değişse bile güven, korku, itibar ve güç ilişkileri yeni biçimde sürebilir.

Sayıların özdeşliği



Bir kavrama ait sayı ile başka kavrama ait sayının aynı olması, o kavramların eşit sayılı olmasıyla açıklanır. Bundan sonraki tartışma bu temel bağlantının ne kadar taşınabileceğini sınar.

Dört mevsim ile arabanın dört tekeri hiçbir ortak madde taşımaz, fakat iki kavramın sayısı aynıdır. Örneğin gücü süslü olmasında değil, neden ile sonucu yan yana getirmesindedir.

Hume ilkesi sayı özdeşliğini eşleme koşuluna bağlayarak aritmetik konuşmayı nesnel hale getirir. İlişki tek yönlü değildir; sonuç da kendisini doğuran koşulları değiştirebilir. Yalnız bu bağlamsal ilkenin sayı nesnelerinin tam doğasını verip vermediği yeni-Fregeci tartışmanın merkezidir. Kanıt, yorum ve değer yargısını ayrı tutmak burada özellikle önemlidir.

Aynı sonuç sayısına ulaşan iki grubun içerik ve maliyet bakımından da aynı olmadığını unutmayın. Eşit sayı, iki grubun aynı nesnelerden oluşmasını gerektirmez; yalnız yapısal karşılık ister. Başka türlü olsaydı ne değişirdi sorusu fikri gerçek bir olayda sınar.

Julius Caesar sorunu



Eşit sayıllık sayıların birbirleriyle ne zaman aynı olduğunu söyler, fakat bir sayının Julius Caesar gibi sayı olmayan nesneyle aynı olup olmadığını doğrudan belirlemez. Bu ayrım kitabın geri kalanında izlenecek yolu açar.

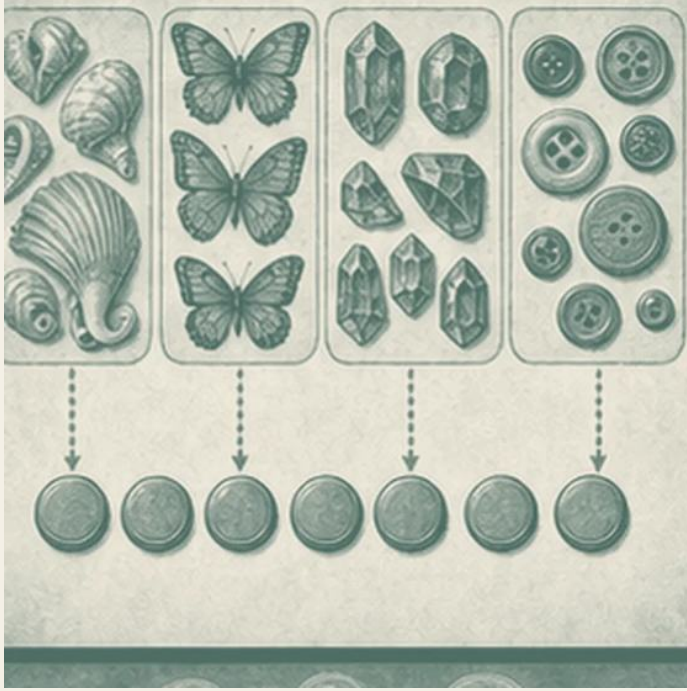
Kimlik kartları yalnız çalışanları birbirinden ayırıyorsa, masanın çalışan olup olmadığı için ayrıca tür ölçütü gerekir. Aynı olayı başka kişinin gözünden görmek görünmeyen maliyeti açığa çıkarabilir.

Frege sayı ifadelerine tam nesne kimliği verecek açık tanım arar; bağlam içi ölçüt farklı nesne türleri arasındaki sınırı eksik bırakabilir. Kavram ancak bu ara hareketler açıkça görüldüğünde gerçek bir düşünme aracına dönüşür.

Bu sorun günlük hesapta Caesar'ın sayı sanılacağı anlamına gelmez; mantıksal tanımın eksiksizliğiyle ilgilidir. Kavram bazı olaylarda merkezde, bazılarında yalnız yardımcı etkindir.

Bir sistemin aynı tür içindeki karşılaştırmayı çözmesinin, neyin o türe girdiğini de çözdüğünü varsaymayın. Caesar sorusu, iyi görünen bir tanımın sessizce dışarıda bıraktığı kimlik alanını yakalar. Bir haftalık küçük gözlem, büyük iddianın gündelik karşılığını gösterebilir.

Sayı bir uzantı olarak tanımlamak



Frege bir kavrama ait sayıyı, o kavramla eşit sayılı bütün kavramların oluşturduğu mantıksal uzantı olarak tanımlar. Böylece soyut kavram, gözlenebilir bir ilişkiye dönüşür.

'Dört' yalnız dört elma değil; dört köşe, dört mevsim ve dört örnekli bütün kavramların ortak eşitlik sınıfıdır. Bu küçük olay büyük haritanın neresine bakmamız gerektiğini gösteren bir işarettir.

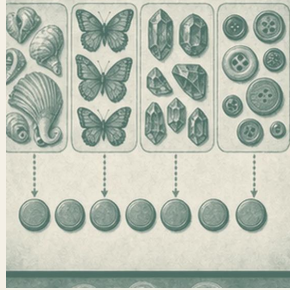
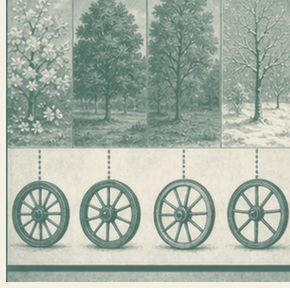
Tanım sayı nesnesini belirli fiziksel gruptan kurtarır ve aynı sayılı bütün durumları tek nesnel birlik altında toplar. Açıklamanın sınanacağı yer, varsayılan halkanın gerçekten çalışıp çalışmadığıdır.

Uzantılara dayanan daha sonraki mantık sistemi Russell paradoksuyla tutarsız çıkmıştır; bu tarihsel sınır açıkça korunmalıdır. Yazarın dışarıda bıraktığı deneyimler kavramın sınırını görmek için dinlenmelidir.

Bir ortak ölçü kurarken örneklerin yüzey benzerliğine değil gerçekten korunan ilişkiye dayandığını kontrol edin. Uzantı hamlesi sayıları tek tek gruplardan bağımsızlaştırırken güçlü küme varsayımları getirir. Bugüne taşımak geçmiş kopyalamak değil, aynı mekanizmayı yeni koşullarda aramaktır.

OKUMA EŞİĞİ 3 / 3

Son sorulara yaklaşırken



GERİDE KALAN DÖRT DURAK

- Eşit sayıllık: bire bir eşleme
- Sayıların özdeşliği
- Julius Caesar sorunu
- Sayıyı bir uzantı olarak tanımlamak

SIRADAKİ DÖRT DURAK

- Sıfırı mantıksal kurmak
- Ardıl ve sayı dizisi
- Sonsuz doğal sayılar
- Lojizmin başarısı ve kırığı

Bağlantı sorusu: “Eşit sayıllık: bire bir eşleme” ile “Sayıyı bir uzantı olarak tanımlamak” arasında hangi düşünce yolu kuruluyor? Bir sonraki durak olan “Sıfırı mantıksal kurmak” bu yolu nasıl değiştirebilir?

Sıfırı mantıksal kurmak



Frege sıfırı kendi kendisiyle özdeş olmayan nesne kavramına ait sayı olarak belirler; böyle bir nesne mantıken bulunamaz. Yazarın temel hamlesi tam olarak bu görünmeyen bağı açığa çıkarmaktır.

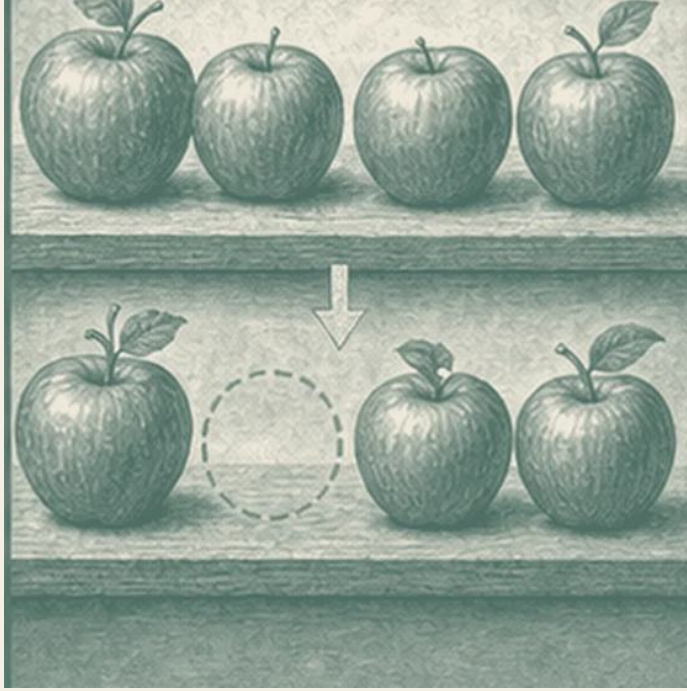
'Kendisiyle aynı olmayan kitap' şartını hiçbir kitap karşılamaz; bu kavramın örnek sayısı sıfırdır. Sahneyi yavaşlatınca tek karar sandığımız şeyin öncesindeki etkiler belirginleşir.

Mantıksal olarak boş kavram belirli bir fiziksel gözleme başvurmada sıfırın nesnel başlangıcını sağlar. Bu süreç görünür olunca kişisel tercih ile yapısal baskı birbirinden ayrılabilir.

Modern sunumlar bu kurulumun teknik varsayımlarını farklı sistemlerle ifade eder; gündelik dil örneği tam formal kanıt değildir. Eleştirinin hedefi çoğu zaman soru değil, cevabın gereğinden fazla büyütülmesidir.

Sıfırı 'hiçbir şey' diye geçmek yerine hangi ölçüt altında örnek bulunmadığını belirtin. Kendisiyle özdeş olmama kavramı çelişkili olduğu için örneksizliği gözleme bağlı değildir. Karar öncesinde seçeneği olmayan kişiyi hesaba katmak tartışmayı dürüstleştirir.

Ardıl ve sayı dizisi



Bir kavramın altına düşen nesnelerden biri çıkarıldığında kalan kavramın sayısı n ise ilk kavramın sayısı n 'nin ardıdır. Bu nokta atlanırsa fikir kolayca yanlış bir slogana dönüşür.

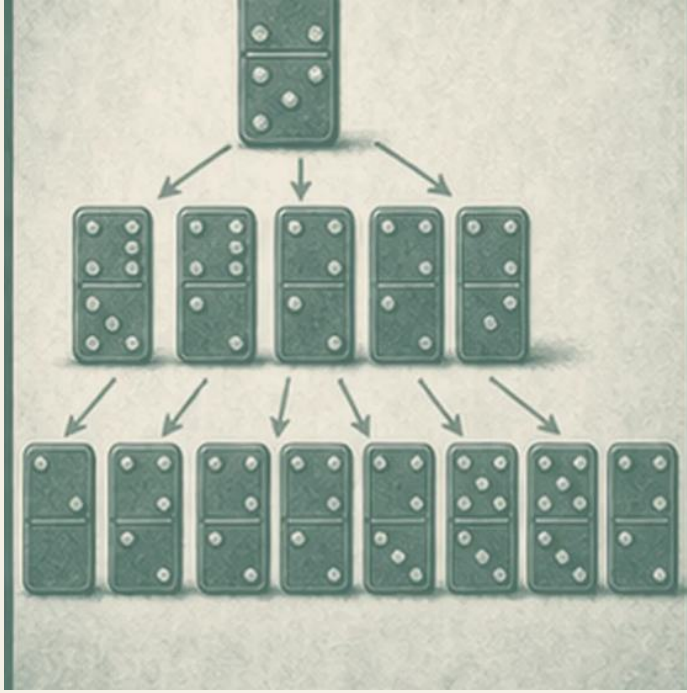
Masadaki elmalardan birini sepete koyunca kalan dörtse ilk toplam beştir; tek çıkarma ardıl ilişkisini görünür kılar. Gündelik ayrıntı, soyut düşüncenin hayata değiştiği noktayı görünür kılar.

Ardıl ilişkisi sıfırdan başlayarak doğal sayıların düzenini ve her adımın öncekine bağını kurar. Mekanizma aynı sonucu her yerde garanti etmez; bağlam onun gücünü artırır ya da azaltır.

Bu sezgisel anlatım Frege'nin ilişki ve atalar kuramındaki bütün biçimsel ayrıntıları içermez. Geçmiş bugünün kopyası saymak kadar aralarında bağ yokmuş gibi davranmak da yanıltır.

Bir büyüme grafiğinde yalnız son sayıya değil her yeni öğenin önceki toplamla nasıl bağlandığına bakın. Ardıl, sayı dizisini hazır liste olarak vermek yerine her yeni sayının nasıl üretildiğini açıklar. Bu soru, kitabın düşüncesini günlük bir alışkanlığa dönüştürebilir.

Sonsuz doğal sayılar



Frege doğal sayıyı sıfırdan ardıl ilişkisiyle ulaşılabilen nesne olarak tanımlayıp matematiksel tümevarımın mantıksal temelini kurmaya çalışır. Mesele tek neden bulmak değil, sonucu üreten düzeni görebilmektir.

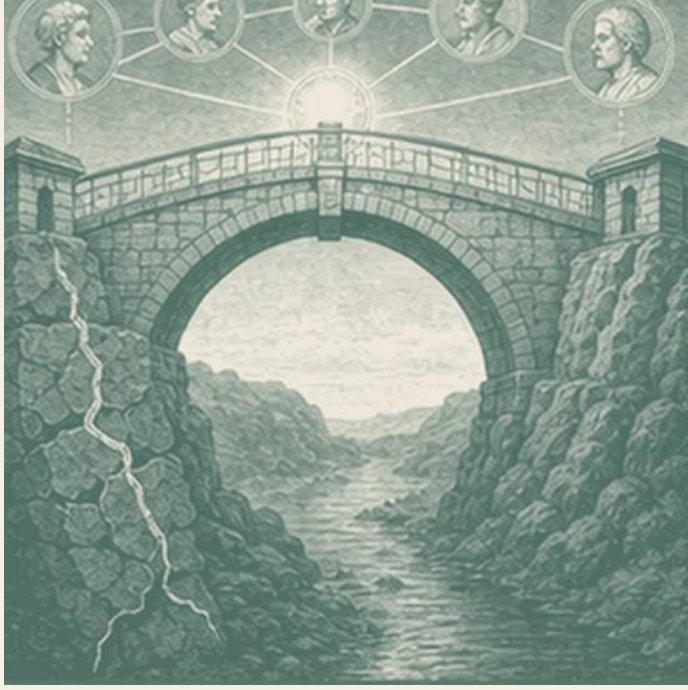
Domino taşlarının ilki düşer ve her taş sonrakini düşürürse sıradaki bütün taşların devrileceğini tek tek izlemeksizin biliriz. Örnek kanıtın tamamı değildir; yine de iddianın nerede sınanacağını açık eder.

Başlangıç durumu ile adım kuralı birlikte bütün doğal sayılara yayılan kanıt biçimini verir. Aradaki basamakları atlamak etkileyici fakat boş bir sonuca yol açabilir.

Fiziksel domino dizisi sonludur; sonsuz mantıksal genellik yalnız benzetmeyle değil formal tanımla sağlanır. Sonraki araştırmalar ayrıntıyı değiştirse bile iyi soru yaşamaya devam edebilir.

Genel kural savunurken hem ilk vakayı hem bir adımdan sonrakine geçişin gerçekten korunduğunu gösterin. Tümevarım sayısız örneği tek tek kontrol etmeden yapısal bir adımın genelliğini kullanır. Böyle bir gözlem kavramın açıklayıcı mı, yalnız etkileyici mi olduğunu gösterir.

Lojisizmin başarısı ve kırığı



Frege aritmetiğin temelini psikoloji ve deneyden ayırıp mantıksal tanımlarla kurmak istedi; program büyük bir dönüşüm yarattı fakat kendi uzantı yasası paradoksa düştü. Kavramın değeri, daha önce kopuk duran ayrıntıları aynı haritada buluşturmasındadır.

Sağlam köprü tasarlayan mühendis yeni yapı tekniği keşfeder, sonra temel malzemede çatlak bulur; yöntem başka köprülerde yaşamayı sürdürür. Aynı kişiler başka kurallar içinde farklı davranınca açıklamanın yeri değişir.

Russell paradoksu Temel Yasa V'yi yıktı, ancak bağlam ilkesi, nicelik çözümlemesi ve mantıksal sayı araştırması analitik felsefeyi biçimlendirdi. Bu hareketin kim tarafından başlatıldığı kadar kim tarafından sürdürüldüğü de önemlidir.

Sistemin bir aksiyomunun çökmesi kitaptaki her ayrımın anlamsız olduğu sonucunu vermez. Güçlü ton, belirsizlik ve bağlam payını ortadan kaldırmaz.

Bir büyük teoriyi değerlendirirken işe yarayan kavramsal araçla çöken teknik temeli aynı hükme sıkıştırmayın. Frege Russell'in mektubunu alınca hatayı kabul etmiş; bu dürüstlük düşünce tarihinin çarpıcı anlarından biri olmuştur. Amaç düşünceyi insanlara etiket yapmak değil, görünmeyen koşulu fark etmektir.

SON DURAKLAR · SINIR

18. DURAK

Kitabın kolay yanlış anlaşılacağı yer

Kitap 'sayılar kafamızda değildir, o halde gökyüzünde görünmez taşlar gibi durur' demez. Frege sayıların nesnelliğini, ortak doğruluk koşulları ve mantıksal ilişkiler üzerinden kurmaya çalışır.

Üç sayısını hiçbir yerde görmeyiz ama üç fincan ile üç tabak arasında eksiksiz eşleme kurabiliriz. Nesnellik duyusal bir cisim olmak zorunda değildir.

Okur sayı işareti, kişisel sayı tasarımı, sayılan fiziksel nesne, sayılan kavram ve sayı nesnesini beş ayrı düzey olarak izlemelidir. Karışıklıkların çoğu bu katmanların birbirine girmesinden doğar.

SON DURAKLAR · TARTIŞMA**19. DURAK****Kitap hakkında süren tartışma**

Eser modern mantık, analitik felsefe ve matematik felsefesinin kurucu metinlerinden oldu. Hume ilkesi üzerinden aritmetiği yeniden kuran yeni-Fregecilik, yirminci yüzyılın sonlarında canlı bir araştırma alanı açtı.

Russell paradoksu Frege'nin daha sonraki uzantı sistemini tutarsızlaştırdı. Formalistler, sezgiciler ve nominalistler sayıların mantıksal nesne sayılması fikrine farklı yönlerden itiraz etti; analitik-sentetik ve nesnellik tartışmaları sürdü.

Öğretmen çocuğa boncukla saymayı öğretir, Frege ise 'boncuk öğrenme aracıdır; iki artı ikinin doğruluğu bu boncukların rengine bağlı değildir' der. Eğitim ile temel açıklama böyle ayrılır.

SON DURAKLAR · BUGÜN

20. DURAK

Bugüne taşınan üç soru

Neyi sayıyorum? Birimi hangi kavram belirliyor? İki grubun aynı sayıda olduğunu hangi eşleme gösteriyor?

Evde tek bir nesne grubunu seçin ve onu üç farklı kavram altında sayın: kitap, sayfa yığını, renk grubu gibi; sayının sorudan nasıl etkilendiğini görün.

Okur bir istatistikte 'kaç kişi' sorusundan önce 'kim kişi sayıldı, aynı kişi kaç kez sayıldı' diye sorduğunda Frege'nin bağlam duyarlılığını kullanır.

SON DURAKLAR · ÖZ**21. DURAK****Bir cümlede kitabın özü**

Sayı gözde beliren resim ya da eşyanın rengi değil; belirli kavramların örnekleri arasında kurulan nesnel eşitlik ve ardılık ilişkilerinde anlaşılabilen mantıksal bir nesnedir.

Akılda tutulacak son görüntü, farklı renk ve biçimde nesne kümelerini bire bir ıfık çizgileriyle eşleyip ortada berrak bir sayı halkasına dönüştüren yeşil-mavi bir düzen.

Frege bizi basit hesabı zorlaştırmaya değil, kesinliğinin hangi görünmez ayırım ve ilişkilere dayandığını görerek daha dikkatli düşünmeye çağırır.

KAYNAKLAR VE KAPSAM

Neye dayandık, nerede durduk?

[1] Stanford Encyclopedia of Philosophy - Frege's Logic and Philosophy of Mathematics

[2] Internet Archive - The Foundations of Arithmetic

TELİF VE SORUMLULUK NOTU

Bu çalışma eğitim ve araştırma amacıyla hazırlanmış özgün bir özet ve yorum rehberidir. Kitabın cümlelerini yeniden üretmez ve özgün eserin yerini tutmaz. Sağlık ve psikoloji başlıkları genel bilgi verir; tanı, tedavi veya kişiye özel profesyonel öneri değildir.

SON CÜMLE

Frege bizi basit hesabı zorlaştırmaya değil, kesinliğinin hangi görünmez ayırım ve ilişkilere dayandığını görerek daha dikkatli düşünmeye çağırır.